

1. pismeni ispit

Predmet: Matematičke metode fizike 1

10.02.2011.



1. (20) Ako su $\Phi = r \sin(\pi\varphi + \theta)$; $\vec{F} = r^2 \sin \theta \hat{r} + r \cos \varphi \hat{\theta} + \cos \theta \hat{\varphi}$; $M = \log_2 \sin x^{y+z}$; $\vec{E} = \frac{\rho}{z} \hat{\rho}$ odredite:

- (a) $\nabla\Phi$; (b) $\nabla\vec{F}$; (c) $\nabla \times \vec{E}$; (d) $\text{rot}(\nabla M)$.

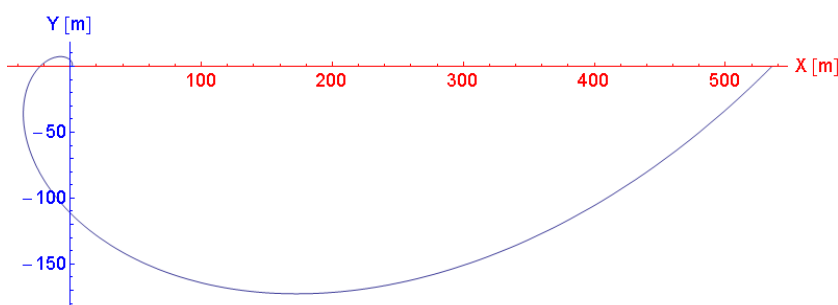
2. (20) Odredite rad sile (koordinate su izražene u metrima)

$$\vec{F} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j}}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} [\text{Nm}^2]$$

na putu od točke (1,0)m do

točke ($e^{2\pi}$,0)m po krivulji

$$\vec{r}(t) = (e^t \cos t)\hat{i} + (e^t \sin t)\hat{j}$$



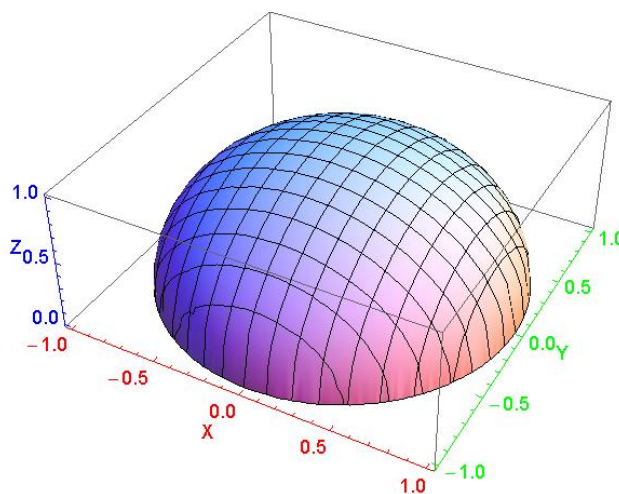
3. (20) Odredite masu tijela u obliku polovice kugle

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \text{ m}^2$$

iznad xy ravnine, ako ima promjenjivu gustoću

$$\rho = 7700 \text{ kgm}^{-3} + 160z \text{ kgm}^{-4}.$$

Koordinate su izražene u metrima.



4. (20) Od svih mogućih kvadara, definiranih nejednadžbama $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $0 \leq z \leq 1$, odredite onaj za koji je ukupni tok polja $\vec{F} = (-x^2 - 4xy)\hat{i} - 6yz\hat{j} + 12z\hat{k}$ prema vani kroz svih 6 površina najveći. Koliko iznosi najveći tok?

5. (20) Dokažite:

- a) Tenzor ranga 2 može se napisati kao zbroj simetričnog i antisimetričnog tenzora.
- b) Ako je rang tenzora \tilde{A} i \tilde{B} naznačen brojem indeksa u relaciji $K^{ijkl} A_{ij} = B^{kl}$, koja vrijedi u svim (zarotiranim) Kartezijevim sustavima, tada je \tilde{K} tenzor ranga 4.